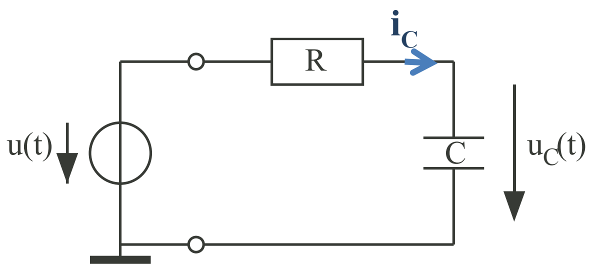
Circuit RC : Réponse Indicielle



Loi des mailles :

$$i_c = \frac{u(t)-u_c(t)}{R} = C\frac{du_c(t)}{dt} \qquad (1)$$

et donc

$$\frac{du_c(t)}{u_c(t)-u(t)} = -\frac{dt}{RC} \qquad (2)$$

<u>**Dans le cas ou u(t) = U**</u> (charge ou décharge de C par une tension constante, ex : signal rectangulaire).

On procédant au changement de variable X = $u_c(t)$ et on intégrant L'équation (2) on obtient:

$$\int_{u_c(t_0)}^{u_c(t)} \frac{dX}{(X-U)} = -\frac{1}{RC}\int_{t_0}^{t} dt \ \rightarrow\ [ln|X-U|]_{u_c(t_0)}^{u_c(t)} = -\frac{t-t_0}{RC}$$

Et donc

$$ln\left(\frac{u_c(t)-U}{u_c(t_0)-U}\right) = -\frac{t-t_0}{RC} \ \rightarrow\ \boldsymbol{u_c(t) = U-\left(U-u_c(t_0)\right)e^{-\frac{t-t_0}{RC}}}$$

U est aussi la valeur vers laquelle tend $u_c(t)$ quand t (temps de charge ou décharge) tend vers l'infinie. On peut donc l'appelée $u_{c\infty}$ et écrire :

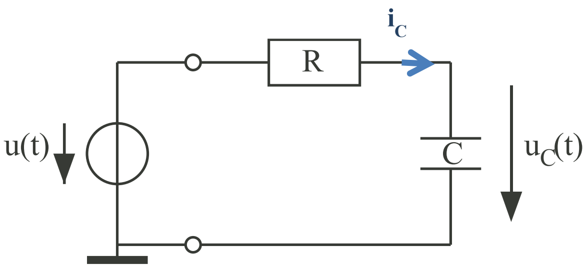
$$\boxed{\boldsymbol{u_c(t) = u_{c\infty}-\left(u_{c\infty}-u_c(t_0)\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}}}$$

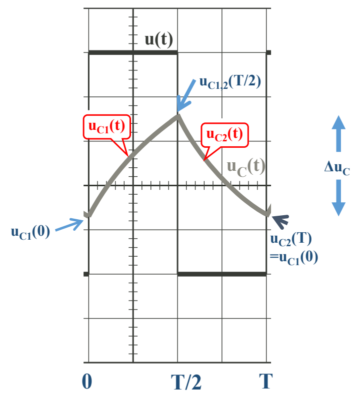
Ou encore

$$\boldsymbol{u_c(t) = u_c(t_0)+\left(u_{c\infty}-u_c(t_0)\right)\left(1-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)}$$

C'est la formule générale qui décrit la charge et décharge d'une capacité à travers une résistance par un signal rectangulaire.

Application : Charge et décharge d'un condensateur sous tension rectangulaire





Maintenant appliquant directement la formule générale dans ce cas :

Pour $0 \leq t \leq T/2$: c.à.d. pendant la charge de la capacité: $t_0 = 0$ et $u_{c\infty} = U$ (amplitude du signal rectangulaire)

$$\boldsymbol{u_{c1}(t) = U - \left(U - u_{c1}(0)\right)e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Pour $T/2 \leq t \leq T$: c.à.d. pendant la décharge de la capacité: $t_0 = T/2$ et $u_{c\infty} = 0$

$$\boldsymbol{u_{c2}(t) = u_{c2}(T/2)e^{-\frac{t-T/2}{RC}}}$$

On tenant compte de la continuité du signal de charge et décharge ces deux équations donnent:

$$\boldsymbol{u_c(0) = u_{c1}(0) = u_{c1}(T) = u_{c2}(T/2)e^{-\frac{T}{2RC}}} \qquad \textbf{(a)}$$

$$\boldsymbol{u_c(T/2) = u_{c1}(T/2) = u_{c2}(T/2) = U - \left(U - u_{c1}(0)\right)e^{-\frac{T}{2RC}}} \qquad \textbf{(b)}$$

Par substitution de (a) dans (b) on a

$$\boldsymbol{u_c(T/2) = U - \left(U - u_c(T/2)e^{-\frac{T}{2RC}}\right)e^{-\frac{T}{2RC}}}$$

et donc

$$\boldsymbol{u_c(T/2) = \frac{U - Ue^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}} \ \textbf{et} \ \boldsymbol{u_c(0) = \frac{U - Ue^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}e^{-\frac{T}{2\tau}}}$$

Application numérique :

Pour $T = 1/f = 1/50\text{Hz} = 20\text{ms}$, $\tau = RC = 10\ \text{k}\Omega \times 1\ \mu\text{F} = 10\ \text{ms}$ et $U = 10\ \text{V}$ on a :

$\boldsymbol{u_c(T/2) = 7.3\ V\ ;\ \ u_c(0) = 2.69\ V\ \ \ et\ \ l'ondulation\ \Delta u_c = \ u_c(T/2) - u_c(0) =} \textbf{ 4.6 V}$